

CONCOURS PRÉ MASTER EDHEC**SAMEDI 2 AVRIL 2022****ÉPREUVE D'ÉCONOMIE****Durée de l'épreuve : 3 heures****Coefficient : 5****Aucun document ou matériel électronique n'est autorisé.**

Le sujet comporte 4 parties

Consignes

Essayez de répondre de manière aussi précise et concise que possible aux questions. Evitez les longues digressions. Chaque résultat doit être accompagné d'une phrase d'explication.

A l'issue de chaque composition écrite, tout candidat est tenu sous peine d'élimination, de remettre au surveillant une copie (même blanche, qui sera alors signée). La seule responsabilité du candidat est engagée dans le cas contraire. Tout candidat sortant avant la fin des épreuves doit obligatoirement remettre le sujet en même temps que sa copie.

Partie 1 :

L'entreprise Starz produit 5000 paires de chaussures de sport chaque jour. La technologie de production de cette entreprise peut être caractérisée par la fonction suivante :

$$Q = 5K^{0,5}L^{0,5}$$

où Q désigne la quantité quotidienne de paires de chaussures produites, K le nombre d'heures quotidiennes d'utilisation des équipements et L le nombre d'heures quotidiennes de travail nécessaires à la production. A court terme, l'entreprise dispose de l'équivalent de 200 heures de capital chaque jour pour produire ses 5000 paires de chaussures. Le coût de production lié à l'utilisation des équipements s'élève à 250€ par heure, et les employés sont rémunérés à un taux horaire uniforme de 20€.

- 1.1. Quels sont les coûts fixes de court terme de l'entreprise Starz ?
- 1.2. À court terme, quel est le coût total pour produire ces 5000 paires de chaussures ? Quel est alors le coût moyen par paire produite ?
- 1.3. À long terme, combien d'heures de travail l'entreprise Starz devrait-elle utiliser et de combien d'heures d'utilisation des équipements aurait-elle besoin pour minimiser son coût de production et produire la même quantité de paires de chaussures par jour ?
- 1.4. Illustrez sur un seul graphique la différence entre les situations de court et long terme.
- 1.5. À combien évaluez-vous alors le coût moyen par paire de chaussures ? Comparez cette réponse avec celle fournie à la question 1.2. et expliquez la différence s'il y a lieu.

Partie 2 :

La boulangerie-pâtisserie Emmachou est réputée pour ses choux à la crème. La fonction de production des choux est :

$$Q = 50K^{0,4}L^{0,6}$$

où Q désigne la quantité produite de choux, K désigne la quantité de capital utilisé et L le nombre d'heures travaillées par les employés.

- 2.1. Donnez l'équation de la droite d'isocoût de la boulangerie-pâtisserie Emmachou à un coût total de 600€ si le prix du capital est égal à 2€ et le prix du travail à 6€.
- 2.2. Déterminez le taux marginal de substitution technique de la boulangerie-pâtisserie.
- 2.3. Quelle est la combinaison optimale de facteurs de production à un coût total de 600€ ? Combien d'unités la boulangerie-pâtisserie produira-t-elle ?
- 2.4. Identifiez la nature des rendements d'échelle associés à la fonction de production de choux en développant précisément votre réponse.

2.5. A court terme, la loi des rendements marginaux décroissants s'applique-t-elle à la production de choux lorsque la boulangerie-pâtisserie embauche de nouveaux employés ? Expliquez.

Partie 3 :

Laurent et Matthieu sont frères jumeaux et affectionnent tout particulièrement les matchs de basket et de football. Le prix d'un billet pour un match de basket (bien X) est de 40€ et le prix d'un billet pour un match de football (bien Y) est de 20€. Ils disposent chacun d'un budget de 240€.

3.1. Laurent déclare qu'il répartit actuellement son budget entre les deux biens de façon à maximiser sa satisfaction. Déterminez son taux marginal de substitution.

3.2. Matthieu assiste à 4 matchs de basket et à 4 matchs de football. Il affirme être prêt à renoncer à 2 matchs de basket pour 3 matchs de football supplémentaires sans que cela ne change sa satisfaction totale. Pensez-vous qu'il répartit son budget de façon à maximiser sa satisfaction ? Si non, quels changements devrait-il apporter à sa consommation des deux biens pour augmenter sa satisfaction ?

3.3. Quel est le choix optimal de Laurent si sa fonction d'utilité est $U = 12X^2Y$?

3.4. Supposons que le prix des matchs de basket diminue de 40€ à 20€. Quelle est la nouvelle combinaison optimale de Laurent (en supposant que son budget soit inchangé) ?

3.5. Déterminez l'équation de la demande de Laurent pour les matchs de basket en supposant qu'il s'agisse d'une fonction linéaire.

Partie 4 :

Supposons qu'il n'existe que 2 individus A et B dans la société. Les courbes de demande pour l'éclairage public de ces 2 individus sont données par :

$$Q_A = 100 - P$$

$$Q_B = 200 - P$$

4.1. Supposons que l'éclairage public soit un bien public pur. Tout le monde en bénéficie dès qu'il est produit. Quel serait le niveau optimal de la production si elle pouvait être réalisée à un coût marginal constant de 120€ par unité ?

4.2. Supposons que la production de l'éclairage public soit laissée au marché, quelle quantité serait produite ? La réponse dépend-elle de l'anticipation par chaque personne de ce que l'autre va faire ?

4.3. Supposons que le gouvernement se charge de la production de l'éclairage public. Combien cela coûtera-t-il ?

4.4. Supposons que le financement soit assuré par une taxe proportionnelle aux bénéfices réalisés par chaque individu. Quelle est la répartition de la taxe entre chaque individu ?

CONCOURS EDHEC

CONCOURS PRÉ MASTER

Samedi 2 avril 2022

ÉPREUVE D'ÉCONOMIE

CORRIGÉ

Partie 1 : (5 points)

L'entreprise Starz produit 5000 paires de chaussures de sport chaque jour. La technologie de production de cette entreprise peut être caractérisée par la fonction suivante :

$$Q = 5K^{0,5}L^{0,5}$$

où Q désigne la quantité quotidienne de paires de chaussures produites, K le nombre d'heures quotidiennes d'utilisation des équipements et L le nombre d'heures quotidiennes de travail nécessaires à la production. A court terme, l'entreprise dispose de l'équivalent de 200 heures de capital chaque jour pour produire ses 5000 paires de chaussures. Le coût de production lié à l'utilisation des équipements s'élève à 250€ par heure, et les employés sont rémunérés à un taux horaire uniforme de 20€.

1.1. Quels sont les coûts fixes de court terme de l'entreprise Starz ?

$$CF = p_K K = 250 \times 200 = 50000€$$

1.2. À court terme, quel est le coût total pour produire ces 5000 paires de chaussures ? Quel est alors le coût moyen par paire produite ?

$$5000 = 5(200)^{1/2}L^{1/2}$$

⇔

$$L^* = 5000$$

$$CT = p_L L + p_K \bar{K}$$

⇔

$$CT_{CT} = 20 \times 5000 + 250 \times 200 = 150000€$$

D'où

$$CM_{CT} = \frac{150000}{5000} = 30€$$

1.3. À long terme, combien d'heures de travail l'entreprise Starz devrait-elle utiliser et de combien d'heures d'utilisation des équipements aurait-elle besoin pour minimiser son coût de production et produire la même quantité de paires de chaussures par jour ?

$$TMST_{L,K} = \frac{\partial Q / \partial L}{\partial Q / \partial K} = \frac{5/2 K^{1/2} L^{-1/2}}{5/2 K^{-1/2} L^{1/2}} = \frac{K}{L}$$

⇔

$$TMST_{L,K} = \frac{p_L}{p_K} \Leftrightarrow \frac{K}{L} = \frac{20}{250} \text{ soit } L = \frac{25}{2} K$$

⇒

$$5000 = 5K^{1/2} \left(\frac{25}{2} K \right)^{1/2}$$

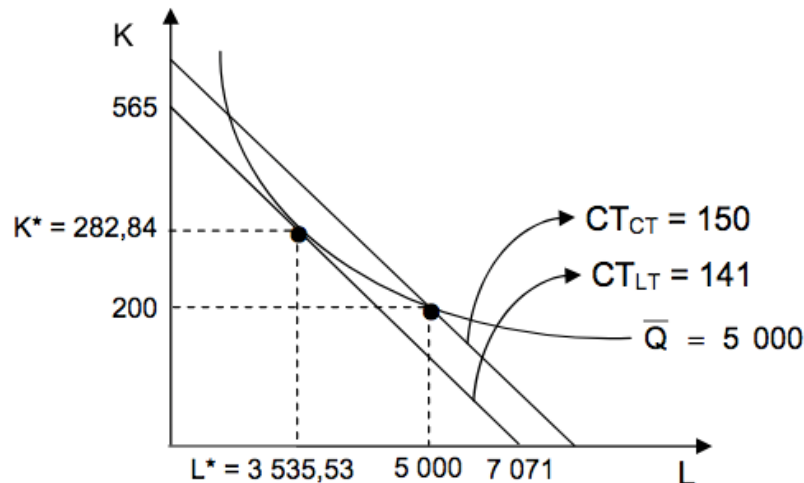
⇔

$$K^* = 200 \times \sqrt{2} \approx 282,84$$

⇒

$$L^* = \frac{25}{2} \times 200\sqrt{2} \approx 3535,53$$

1.4. Illustrez sur un seul graphique la différence entre les situations de court et long terme.



1.5. À combien évaluez-vous alors le coût moyen par paire de chaussures ? Comparez cette réponse avec celle fournie à la question 1.2. et expliquez la différence s'il y a lieu.

$$CT = p_L L + p_K K$$

⇔

$$CT = 20 \times 3535,53 + 250 \times 282,84 = 141420,6€$$

D'où

$$CM_{LT} = \frac{141420,6}{5000} \approx 28,28€$$

$CM_{LT} < CM_{CT}$ en raison du choix optimal de L et K

i.e.

$$TMST = \frac{p_L}{p_K} \text{ à } LT \text{ versus } TMST < \frac{p_L}{p_K} \text{ à } CT$$

Partie 2 : (5 points)

La boulangerie-pâtisserie Emmachou est réputée pour ses choux à la crème. La fonction de production des choux est :

$$Q = 50K^{0,4}L^{0,6}$$

où Q désigne la quantité produite de choux, K désigne la quantité de capital utilisé et L le nombre d'heures travaillées par les employés.

2.1. Donnez l'équation de la droite d'isocoût de la boulangerie-pâtisserie Emmachou à un coût total de 600€ si le prix du capital est égal à 2€ et le prix du travail à 6€.

$$CT = p_L L + p_K K$$

⇔

$$600 = 6L + 2K$$

2.2. Déterminez le taux marginal de substitution technique de la boulangerie-pâtisserie.

$$TMST_{L,K} = \frac{0,6 \times 50K^{0,4}L^{-0,4}}{0,4 \times 50K^{-0,6}L^{0,6}} = \frac{30K}{20L}$$

2.3. Quelle est la combinaison optimale de facteurs de production à un coût total de 600€ ? Combien d'unités la boulangerie-pâtisserie produira-t-elle ?

$$TMST_{L,K} = \frac{p_L}{p_K} = \frac{6}{2} = 3 \Leftrightarrow \frac{30K}{20L} = 3$$

Soit

$$L = \frac{1}{2}K \text{ et } K = 2L$$

Avec

$$600 = 6L + 2K$$

D'où

$$600 = 6(1/2 K) + 2K \rightarrow K^* = 120$$

$$600 = 6L + 2(2L) \rightarrow L^* = 60$$

Quantité optimale :

Nous savons que

$$Q = 50K^{0,4}L^{0,6}$$

D'où

$$Q = 50(120)^{0,4}(60)^{0,6} \rightarrow Q^* \approx 3958,5$$

2.4. Identifiez la nature des rendements d'échelle associées à la fonction de production de choux en développant précisément votre réponse.

$$Q(\lambda K, \lambda L) = 50(\lambda K)^{0,4}(\lambda L)^{0,6}$$

⇔

$$Q(\lambda K, \lambda L) = \lambda^1 50K^{0,4}L^{0,6}$$

⇔

$$Q(\lambda K, \lambda L) = \lambda Q(K, L)$$

donc les rendements d'échelle relatifs à cette technologie sont constants.

2.5. A court terme, la loi des rendements marginaux décroissants s'applique-t-elle à la production de choux lorsque la boulangerie-pâtisserie embauche de nouveaux employés ? Expliquez.

Nous savons que

$$Q = 50K^{0,4}L^{0,6}$$

D'où

$$Pm_L = \frac{\partial Q}{\partial L} = 0,6 \times 50K^{0,4}L^{-0,4} = 30K^{0,4}L^{-0,4}$$

Et

$$\frac{\partial Pm_L}{\partial L} = \frac{\partial^2 Q}{\partial L^2} = -0,4 \times 30K^{0,4}L^{-1,4} = -12K^{0,4}L^{-1,4}$$

x

La loi des rendements marginaux décroissants s'applique car $\frac{\partial^2 Q}{\partial L^2} < 0$.

Partie 3 : (5 points)

Laurent et Matthieu sont frères jumeaux et affectionnent tout particulièrement les matchs de basket et de football. Le prix d'un billet pour un match de basket (bien X) est de 40€ et le prix d'un billet pour un match de football (bien Y) est de 20€. Ils disposent chacun d'un budget de 240€.

3.1. Laurent déclare qu'il répartit actuellement son budget entre les deux biens de façon à maximiser sa satisfaction. Déterminez son taux marginal de substitution.

A l'optimum :

$$TMS = \frac{p_X}{p_Y} = \frac{40}{20} = 2$$

3.2. Matthieu assiste à 4 matchs de basket et à 4 matchs de football. Il affirme être prêt à renoncer à 2 matchs de basket pour 3 matchs de football supplémentaires sans que cela ne change sa satisfaction totale. Pensez-vous qu'il répartit son budget de façon à maximiser sa satisfaction ? Si non, quels changements devrait-il apporter à sa consommation des deux biens pour augmenter sa satisfaction ?

$$\frac{\Delta Y}{\Delta X} = -\frac{3}{2}$$

A l'optimum, TMS=2 or

$$TMS < \frac{p_X}{p_Y}$$

Matthieu ne maximise donc pas sa satisfaction.

La disposition à payer de Matthieu pour le bien X exprimée en termes du bien Y est inférieure au prix de marché du bien X exprimé en termes du bien Y.

Il a donc intérêt à augmenter sa consommation de bien Y et à réduire celle du bien X.

3.3. Quel est le choix optimal de Laurent si sa fonction d'utilité est $U = 12X^2Y$?

A l'optimum :

$$\frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{p_X}{p_Y}$$

⇔

$$\frac{24XY}{12X^2} = 2$$

⇔

$$\frac{2Y}{X} = 2 \rightarrow X = Y$$

Etant donné ses préférences, Laurent devrait consommer autant de matchs de basket que de matchs de football.

La contrainte budgétaire est : $240 = 40X + 20Y$, soit $Y^*=4$ et $X^*=4$.

3.4. Supposons que le prix des matchs de basket diminue de 40€ à 20€. Quelle est la nouvelle combinaison optimale de Laurent (en supposant que son budget soit inchangé) ?

A l'optimum :

$$\frac{U'_X}{U'_Y} = \frac{p_X}{p_Y}$$

⇔

$$\frac{24XY}{12X^2} = 1$$

⇔

$$\frac{2Y}{X} = 1 \rightarrow X = 2Y$$

Etant donné ses préférences, Laurent devrait consommer 2 fois plus de matchs de basket que de matchs de football.

La contrainte budgétaire est : $240 = 20X + 20Y$, soit $Y^*=4$ et $X^*=8$.

3.5. Déterminez l'équation de la demande de Laurent pour les matchs de basket en supposant qu'il s'agisse d'une fonction linéaire.

Si $p_X = 40€$, alors $X = 4$;

Si $p_X = 20€$, alors $X = 8$.

Soit $p_X = aX + b$

D'où

$$a = \frac{\Delta p_X}{\Delta X} = \frac{40 - 20}{4 - 8} = -5$$

Soit la fonction de demande : $p_X = -5X + b$

Avec

$40 = -5 \times 4 + b$ d'où $b = 60$.

La fonction de demande de Laurent s'écrit donc :

$$p_X = -5X + 60$$

Ou

$$X = 12 - 0,2p_X$$

Partie 4 : (5 points)

Supposons qu'il n'existe que 2 individus A et B dans la société. Les courbes de demande pour l'éclairage public de ces 2 individus sont données par :

$$Q_A = 100 - P$$

$$Q_B = 200 - P$$

4.1. Supposons que l'éclairage public soit un bien public pur. Tout le monde en bénéficie dès qu'il est produit. Quel serait le niveau optimal de la production si elle pouvait être réalisée à un coût marginal constant de 120€ par unité ?

Le prix de réserve de A (prix maximal unitaire que A est prêt à payer pour une quantité Q) est donné par :

$$P = 100 - Q_A$$

Le prix de réserve de B est donné par :

$$P = 200 - Q_B$$

Comme le prix de réserve correspond également au prix qu'un individu est prêt à payer pour une unité supplémentaire, on dit encore qu'il correspond à sa *disposition marginale à payer*. Puisque le bien public est indivisible, on a $Q = Q_A = Q_B$. La somme des dispositions marginales à payer des 2 individus pour une quantité Q donnée est donc égale à :

$$\sum P = 300 - 2Q$$

A l'optimum, le coût marginal de production du bien public doit être égal à la somme des dispositions marginales à payer des individus. Le niveau de production optimal est donc le niveau de production Q^* tel que :

Somme des dispositions marginales à payer des individus = coût marginal de production du bien public, soit

$$300 - 2Q^* = 120$$

$$\rightarrow Q^* = 90$$

4.2. Supposons que la production de l'éclairage public soit laissée au marché, quelle quantité serait produite ? La réponse dépend-elle de l'anticipation par chaque personne de ce que l'autre va faire ?

Chaque individu est incité à adopter un comportement de passager clandestin (ou *free-rider*) en espérant que l'autre acquiert le bien public pour en profiter. La production de bien public a donc toutes les chances d'être nulle.

4.3. Supposons que le gouvernement se charge de la production de l'éclairage public. Combien cela coûtera-t-il ?

$$\text{Coût de production} = 90 \times 120 = \mathbf{10\ 800\ €}$$

4.4. Supposons que le financement soit assuré par une taxe proportionnelle aux bénéfices réalisés par chaque individu. Quelle est la répartition de la taxe entre chaque individu ?

L'Etat doit financer cette dépense. Il va donc lever un impôt sur les individus en proportion du bénéfice qu'ils tirent du bien (que l'on peut estimer à partir du prix qu'ils sont prêts à payer pour l'obtenir) :

Prix de réserve unitaire de A (lorsque A consomme 90 unités) = $100 - Q_A = 100 - 90 = 10\text{€}$

→ Disposition à payer de A pour $Q=90$ unités : $10 \times 90 = \mathbf{900\text{ €}}$

Prix de réserve unitaire de B (lorsque B consomme 90 unités) = $200 - Q_B = 200 - 90 = 110\text{€}$

→ Disposition à payer de B pour $Q=90$ unités : $110 \times 90 = \mathbf{9900\text{ €}}$

L'Etat va donc demander 900€ à A et 9900€ à B.

CONCOURS PRÉ MASTER**RAPPORT DE CORRECTION 2022 :*****Épreuve d'ÉCONOMIE***

Globalement, les résultats de l'épreuve de Sciences économiques de cette session 2022 sont décevants. La moyenne de l'épreuve s'élève à 10,72/20, avec un écart-type de 3,37. Les correcteurs constatent des résultats très contrastés entre les quatre parties que composent le sujet, chacune évaluée sur 5 points. Pour la très grande majorité des compositions, la partie 4 relative au financement d'un bien public n'est pas maîtrisée. En outre, la résolution de la partie 3 montre également quelques faiblesses tandis que les parties 1 et 2 sont relativement bien exécutées.

Sur les éléments de compréhension microéconomique pure, l'analyse du comportement optimal du producteur semble acquise. On nuancera cependant cette observation en insistant sur le fait que quelques candidats ont confondu les situations de court terme et de long terme. Sur ce point, l'analyse graphique a posé des difficultés à de nombreux candidats.

L'analyse du choix optimal du consommateur, avec et sans fonction d'utilité, est également assez bien maîtrisée. En revanche, rares sont les candidats ayant répondu correctement à la question 3.5 de cette partie 3, relative à la détermination d'une fonction de demande, supposée linéaire. Cette question ayant largement fait défaut, celle-ci semble démontrer la difficulté de certains candidats à sortir du cadre théorique imposé par l'exercice, et ainsi s'adapter à une nouvelle hypothèse simplificatrice.

Par ailleurs, la partie 4, s'inscrivant plus spécifiquement dans le champ de l'économie publique, est malheureusement largement un échec. Techniquement et conceptuellement, cette partie ne devait poser aucune difficulté. Une nouvelle fois, les nombreuses erreurs constatées suggèrent une difficulté à sortir d'un cadre strictement calculatoire et à prendre de la hauteur à l'égard des concepts théoriques et leurs applications pratiques. Les correcteurs ont le sentiment que la plupart des candidats s'est attachée à tenter de développer des éléments formalisés inutilement complexes, en déconnexion avec les attendus de l'exercice, sans chercher à répondre précisément à chaque question posée, ni même à en interpréter les résultats. L'objectif de cette partie 4 était, au contraire, d'évaluer les candidats sur leur capacité à appliquer des notions théoriques standards de microéconomie à une situation concrète et pratique.

Le correcteur constate également que de nombreuses réponses numériques ne sont pas présentées sous forme simplifiée, et ce de manière très récurrente. Un minimum de résolution algébrique élémentaire était attendu et trop peu de candidats s'y sont contraints.